Blaga Mirela-Gabriela

Fişă de sinteză – Proprietăţile determinanţilor

Competenţe urmărite

- Aplicarea proprietăţilor determinanţilor în efectuarea şi simplificarea calculelor.
- Justificarea transformărilor efectuate asupra liniilor sau asupra coloanelor unui determinant.

Teorie

Proprietăţile determinanţilor

1. Dacă toate elementele unei linii sau ale unei coloane sunt nule, atunci determinantul este nul.

2. Dacă un determinant are două linii identice sau două coloane identice, atunci determinantul este nul.

3. Dacă două linii sunt proporţionale sau două coloane sunt proporţionale, atunci determinantul este nul.

4. Dacă o linie sau o coloană este o combinaţie liniară a celorlalte linii, respectiv coloane, atunci determinantul este nul.

5. Dacă toate elementele unei linii sau coloane se înmulţesc cu un număr k, atunci determinantul obţinut este egal cu k ori determinantul iniţial.

6. Dacă într-un determinant se interschimbă între ele două linii sau două coloane, atunci determinantul obţinut este opusul determinantului iniţial.

7. Dacă la o linie a unui determinant se adaugă un multiplu al altei linii, determinantul nu se schimbă. Analog pentru coloane.

8. Determinantul unei matrice pătratice este egal cu determinantul matricei transpuse: $\det(A) = \det(A^T), \forall A \in M_n(\mathbb{C})$.

9. Dacă $A, B \in M_n(\mathbb{C})$, atunci $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$.

10. Determinantul este liniar în raport cu fiecare linie şi cu fiecare coloană, celelalte rămânând neschimbate.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Blaga Mirela-Gabriela

Exerciţii

1. Calculaţi determinanţii:

$a)\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$,

$b)\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 10 & 1 & 1 \end{vmatrix}$,

$c)\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 8 & 12 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Dacă $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ a & b & c \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4, \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ x & y & z \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$, calculaţi $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ a+x & b+y & c+z \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

Conexiune interdisciplinară

Informatică – verificarea proprietăţilor determinanţilor prin programe care aplică operaţii elementare asupra liniilor şi coloanelor.