

Fișă de sinteză – Determinanți

Competențe urmărite

- Calcularea determinanților de ordin 2, 3 și n .
 - Exprimarea în limbaj simbolic a unui determinant utilizând definiția sau dezvoltarea acestuia în funcție de elementele unei linii sau coloane.
-

Teorie

1. Definiția determinantului prin permutări

- Fie A o matrice pătratică de ordinul n , cu elemente numere complexe.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

- Determinantul matricei A se notează cu $\det(A)$ sau $|A|$ și este:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{\sigma \in S_n} \varepsilon(\sigma) a_{1\sigma(1)} a_{2\sigma(2)} \dots a_{n\sigma(n)}$$

2. Determinantul de ordin 2

- Calculul determinantului de ordin doi: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - b \cdot c$

3. Determinantul de ordin 3

- Calculul determinantului de ordin trei:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aei + dhc + bfg - gec - hfa - dbi$$

4. Dezvoltarea determinantului după o linie sau coloană

- Pentru elementul a_{ij} , minorul se notează d_{ij} și este determinantul obținut prin eliminarea liniei i și a coloanei j .
 - Complementul algebric al elementului a_{ij} se notează A_{ij} și este $A_{ij} = (-1)^{i+j} d_{ij}$.
 - Calculul determinantului de ordin n prin dezvoltarea după linia i :
$$\det(A) = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \dots + a_{in}A_{in}$$
 - Calculul determinantului de ordin n prin dezvoltarea după coloana j :
$$\det(A) = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \dots + a_{nj}A_{nj}$$
-

Exerciții

1. Calculați determinantul de ordin 2: $\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Calculați determinantul de ordin 3: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$.

3. Calculați determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ prin dezvoltare după linia a doua.

4. Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care $\begin{vmatrix} x & 2 \\ -3 & x \end{vmatrix} = 10$.

5. Calculați prin dezvoltare după o linie sau coloană determinantul $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

Conexiune interdisciplinară

Informatică – calcularea determinantilor prin programe simple.