

Blaga Mirela-Gabriela

## Fișă de sinteză – Logaritmi

---

### Competențe urmărite

- Utilizarea definiției logaritmului.
  - Aplicarea proprietăților logaritmilor în calcule algebrice.
  - Determinarea domeniului de definiție al expresiilor logaritmice.
- 

### Teorie

#### 1. Definiții

- Fie  $a > 0, a \neq 1$  și  $b > 0$ . Logaritm în baza  $a$  din  $b$ , notat  $\log_a b$ , este numărul real  $x$  cu proprietatea  $a^x = b$ .
- $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$

#### 2. Condiții de existență

$\log_a b$  este definit dacă și numai dacă:

- baza  $a > 0$
- baza  $a \neq 1$
- argumentul  $b > 0$

#### 3. Proprietăți ale logaritmilor

- Pentru  $a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0$  avem:

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a (x^k) = k \log_a x$$

$$\log_{a^k} x = \frac{1}{k} \log_a x, \text{ unde } k \neq 0$$

#### 4. Schimbarea bazei logaritmului

- Pentru  $a, b > 0, a, b \neq 1, x > 0$  avem:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Blaga Mirela-Gabriela

## 5. Logaritmi zecimali și naturali

- Logaritmul în baza 10 se numește logaritm zecimal:  
 $\log_{10} x = \lg x$ .
  - Logaritmul în baza  $e$  se numește logaritm natural:  
 $\log_e x = \ln x$ ,  
unde  $e$  este un număr real special, aproximativ egal cu 2,718.
- 

### Exerciții

1. Calculați:

a)  $\log_2 16$ ,

b)  $\log_5 \frac{1}{25}$ .

2. Simplificați:  $\log_3 27 + 2 \log_3 9 - \log_9 27$ .

3. Determinați domeniul maxim de definiție al expresiei:  $\log_2(x - 4)$ .

4. Aflați numărul real  $x$  pentru care:  $\log_3(x + 1) = 1$ .

5. Domeniul maxim de definiție al expresiei  $\log_x(x + 4)$  este:

a)  $(-4, +\infty)$    b)  $(-4, 0)$    c)  $(1, +\infty) \setminus \{4\}$    d)  $(0, +\infty) \setminus \{1\}$

---

### Conexiune interdisciplinară

În informatică, logaritmii sunt utilizați pentru a calcula rapid valori care corespund definiției matematice a logaritmului.

Exemplu: `math.log2(1024) = 10` (calcul realizat și în limbajul Python)