

Blaga Mirela-Gabriela

Fișă de sinteză – Binomul lui Newton

Competențe urmărite

- Aplicarea formulei binomului lui Newton în dezvoltări algebrice simple.
- Utilizarea coeficienților binomiali în determinarea termenilor unei dezvoltări.

Teorie

1. Binomul lui Newton

$$(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n$$

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k, a, b \in \mathbb{R} \text{ și } n \in \mathbb{N}^*$$

2. Observații

- Coeficienții binomiali ai dezvoltării sunt combinațiile $C_n^k, 0 \leq k \leq n$.
- Suma coeficienților binomiali este $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$.
- Numărul termenilor dezvoltării este $n + 1$.
- Puterile lui a sunt descrescătoare, iar ale lui b crescătoare.
- $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$ este termen general sau termen de rang $k + 1$ al dezvoltării.

Exerciții

1. Dezvoltați binomul $(a + 1)^4$.

2. Precizați:

a) numărul termenilor dezvoltării $(a + 1)^7$,

b) termenii extremi ai acestei dezvoltări.

3. Determinați coeficientul lui x^3 din dezvoltarea $(x - 1)^5$.

4. Scrieți termenul de rang trei al dezvoltării $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8, x > 0$.

5. Determinați termenul independent de x din dezvoltarea $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8, x > 0$.

6. Calculați suma coeficienților dezvoltării $(4x - 3y)^{10}, x, y \in \mathbb{R}$.

7. Fie dezvoltarea $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n, x > 0$ și $n \in \mathbb{N}^*$. Aflați n astfel încât suma coeficienților binomiali ai primilor trei termeni să fie 22.

Conexiune interdisciplinară

În statistică, binomul lui Newton este utilizat pentru a descrie distribuția rezultatelor atunci când un fenomen se repetă de mai multe ori în aceleași condiții, de exemplu la analizarea frecvenței unor rezultate într-un experiment.