

Fișă de sinteză – Probleme de numărare

Competențe urmărite

- Determinarea numărului de funcții definite pe mulțimi finite.
 - Calcularea numărului de numere cu o anumită formă sau restricție.
-

Teorie

1. Numărul funcțiilor

Dacă A și B sunt mulțimi finite cu $|A| = m$ și $|B| = n$, atunci:

- numărul funcțiilor $f: A \rightarrow B$ este n^m .
- numărul funcțiilor injective, dacă $m \leq n$, este A_n^m .
- numărul funcțiilor bijective, dacă $m = n$, este $n!$.

2. Numărul numerelor de n cifre

- Numărul numerelor de n cifre este $9 \cdot 10^{n-1}$.
- Numărul numerelor de n cifre distincte este $9 \cdot A_9^{n-1}$.

3. Numărări cu repetiție

- Numărul modurilor în care se pot alege k elemente dintr-o mulțime cu n elemente, cu repetiție, este C_{n+k-1}^k .

4. Număr de elemente (Diagrama Venn)

- $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
- $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$

5. Reguli fundamentale

- Regula sumei. Dacă o activitate se poate realiza în m moduri și în alte n moduri, atunci activitatea se poate realiza în $m + n$ moduri.
 - Regula produsului. Dacă o activitate are două etape independente, iar prima se face în m moduri și a doua în n moduri, atunci activitatea completă se poate realiza în $m \cdot n$ moduri.
-

Exerciții

1. Câte funcții $f: A \rightarrow B$ există, dacă $|A| = 4$ și $|B| = 3$?
2. Câte funcții injective $f: A \rightarrow B$ există, știind că $A = \{1, 2, 3\}$ și $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$?
3. Câte numere naturale de cinci cifre există?

Blaga Mirela-Gabriela

4. Câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma?
5. Câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele $\{1, 2, 3, 4, 5\}$?
6. Dintr-o mulțime formată din 4 tipuri de bomboane se aleg 7 bomboane. Câte selecții sunt posibile?
7. Dintr-o cutie cu 5 tipuri de fructe se aleg 6 fructe. Câte posibilități există, dacă ordinea nu contează?
8. Câte numere naturale de două cifre au suma cifrelor egală cu 4?
9. Câte numere naturale de trei cifre sunt pare?
10. Într-un grup, 12 elevi studiază matematică, 9 informatică, iar 5 studiază ambele discipline. Câți elevi studiază cel puțin una dintre cele două discipline?
11. Aflați numărul submulțimilor mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$ care au cel mult două elemente.
12. Câte numere naturale de două cifre sunt divizibile cu 3 sau cu 5?

Conexiune interdisciplinară

În informatică, proiectarea parolelor, generarea testelor sau analiza datelor folosesc regulile de numărare pentru a estima numărul total de situații posibile.