

Blaga Mirela-Gabriela

Fișă de sinteză – Funcția logaritmică

Competențe urmărite

- Identificarea funcției logaritmice și a proprietăților sale.
 - Aplicarea proprietăților logaritmilor în exerciții algebrice.
 - Rezolvarea ecuațiilor și inecuațiilor logaritmice simple.
-

Teorie

1. Definiție

- $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_a x$, cu $a > 0, a \neq 1$, se numește funcție logaritmică.

2. Proprietăți

- Monotonie:
dacă $a > 1$, funcția logaritmică este strict crescătoare,
dacă $0 < a < 1$, funcția logaritmică este strict descrescătoare.

- Proprietăți ale logaritmilor ($a, b > 0, a, b \neq 1$ și $x, y > 0$):

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^r = r \log_a x, r \in \mathbb{R}$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Exerciții

1. Studiați monotonia funcției $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_5 x$.
2. Verificați egalitatea $\log_2 16 + \log_2 \frac{1}{8} = 1$.
3. Calculați $\log_2 3 \cdot \log_3 8$.
4. Determinați domeniul maxim de definiție al funcției $f(x) = \log_5(x^2 - x - 2)$.
5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x + 5) = 2$.
6. Studiați monotonia funcției $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_{\frac{1}{5}} x$.

Blaga Mirela-Gabriela

7. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\log_3(x - 1) < 1$.
 8. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) < 1$.
 9. Comparați $\log_3(x + 1)$ și $\log_3(x - 1)$, pentru orice $x > 1$.
 10. Arătați că $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_2 \frac{1 - x}{1 + x}$ este funcție impară.
-

Conexiune interdisciplinară

În informatică, complexitatea algoritmilor este frecvent exprimată folosind funcții logaritmice. De exemplu, în căutarea binară, numărul de pași necesari este proporțional cu $\log_2 n$, unde n reprezintă numărul de elemente.