

Blaga Mirela-Gabriela

Fișă de sinteză – Funcția exponențială

Competențe urmărite

- Identificarea funcției exponențiale și a proprietăților sale.
 - Aplicarea proprietăților funcției exponențiale în exerciții algebrice.
-

Teorie

1. Definiție

- $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty), f(x) = a^x$, cu $a > 0, a \neq 1$, se numește funcție exponențială.

2. Proprietăți

- Monotonie:

dacă $a > 1$, funcția exponențială este strict crescătoare,

dacă $0 < a < 1$, funcția exponențială este strict descrescătoare.

- Proprietăți ale puterilor ($a > 0$ și $x, y \in \mathbb{R}$):

$$a^0 = 1$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\frac{1}{a^x} = a^{-x}$$

Exerciții

1. Studiați monotonia funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty), f(x) = 5^x$.
2. Stabiliți valoarea de adevăr a egalității $(2^{x+1})^3 = 8 \cdot 2^{3x}$, unde $x \in \mathbb{R}$.
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{x+1} = 2^{3x}$.
4. Determinați semnul expresiei $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$, unde $x \in \mathbb{R}$.
5. Studiați monotonia funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty), f(x) = 2^{-x}$.
6. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $4^{x+1} < 2^{3x}$.
7. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{9}$.

Blaga Mirela-Gabriela

8. Comparați $\left(\frac{1}{7}\right)^{x+1}$ și $\left(\frac{1}{7}\right)^x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

9. Arătați că $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$, $f(x) = 5^x + \frac{1}{5^x}$ este funcție pară.

Conexiune interdisciplinară

În economie, evoluția unei sume de bani la dobândă compusă se modelează printr-o funcție exponențială. Dacă rata anuală de dobândă este p , atunci suma acumulată după t ani este $S(t) = S_0(1 + p)^t$, unde S_0 este suma inițială și $1 + p$ este factorul de creștere anual.

Exemplu. O persoană depune 10.000 lei într-un cont cu dobânda de 2% pe an. Calculați suma după 3 ani.

Rezolvare: $S(3) = 10.000 \cdot (1 + 0,02)^3 = 10.000 \cdot (1,02)^3 = 10.612,08$ lei