

## Fișă de sinteză – Monotonia, convexitatea și concavitățile unei funcții

---

### Competențe urmărite

- Aplicarea definițiilor de monotonie, convexitate și concavități în studiul funcțiilor.
  - Interpretarea geometrică a proprietăților studiate.
- 

### Teorie

#### 1. Monotonia unei funcții

Fie funcția  $f: D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

- Funcția  $f$  se numește crescătoare dacă pentru orice  $x_1, x_2 \in D$ ,  
 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$ .
- Funcția  $f$  se numește strict crescătoare dacă pentru orice  $x_1, x_2 \in D$ ,  
 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ .
- Funcția  $f$  se numește descrescătoare dacă pentru orice  $x_1, x_2 \in D$ ,  
 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$ .
- Funcția  $f$  se numește strict descrescătoare dacă pentru orice  $x_1, x_2 \in D$ ,  
 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ .

#### 2. Convexitatea unei funcții

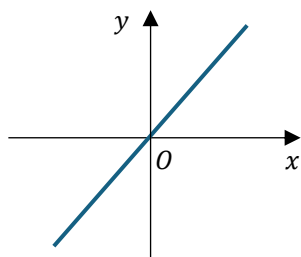
- Funcția  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ , unde  $D$  este un interval, se numește convexă dacă pentru orice  $x_1, x_2 \in D$  și  $\lambda \in [0, 1]$  are loc relația  $f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$ .

#### 3. Concavitățile unei funcții

- Funcția  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ , unde  $D$  este un interval, se numește concavă dacă pentru orice  $x_1, x_2 \in D$  și  $\lambda \in [0, 1]$  are loc relația  $f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$ .
- 

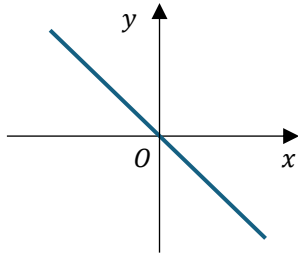
### Exemple

1. Funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x$  este strict crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .

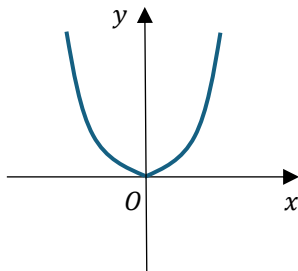


Blaga Mirela-Gabriela

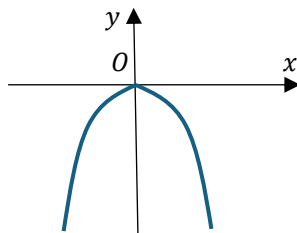
2. Funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x$  este strict descrescătoare pe  $\mathbb{R}$ .



3. Funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$  este convexă pe  $\mathbb{R}$ .



4. Funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2$  este concavă pe  $\mathbb{R}$ .



---

### Exerciții

1. Stabiliți monotonia funcțiilor:

a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 2,$

b)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - 5x,$

c)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2.$

2. Verificați dacă funcțiile sunt convexe sau concave:

a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4,$

b)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 - x - x^2.$

---

### Conexiune interdisciplinară

În analiza algoritmilor, timpul de execuție poate fi aproximat prin funcții ca  $n, n \log_2 n$  sau  $n^2$ . Cu cât funcția crește mai repede, cu atât algoritmul devine mai lent când  $n$  este mare.