

Blaga Mirela-Gabriela

## Fișă de sinteză – Rezolvarea triunghiului oarecare

---

### Competențe urmărite

- Determinarea elementelor unui triunghi oarecare cu ajutorul teoremelor trigonometrice.
  - Identificarea unghiurilor cunoscute pe baza valorilor funcțiilor trigonometrice asociate.
- 

### Teorie

#### 1. Teorema sinusurilor

În orice triunghi  $ABC$  avem:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ .

#### 2. Teorema cosinusului

În orice triunghi  $ABC$  avem:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$ .

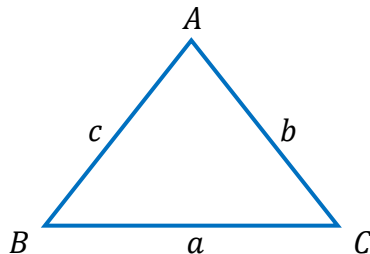
Analog:  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$ ,  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$ .

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

La aplicarea teoremelor sinusurilor sau cosinusului, trebuie să verificăm dacă valorile funcțiilor trigonometrice rezultate sunt cuprinse în intervalul  $[-1, 1]$ , deoarece numai atunci unghiurile sunt definite și triunghiul există.

#### 3. Rezolvarea unui triunghi oarecare

- Un triunghi este caracterizat de șase elemente: trei laturi  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$  și trei unghiuri  $A, B, C$ .



- Rezolvarea triunghiului înseamnă determinarea a trei elemente, când sunt cunoscute celelalte trei.
- Suma unghiurilor unui triunghi este  $180^\circ$ , adică  $A + B + C = 180^\circ$ .  
Sau în radiani:  $A + B + C = \pi$ .

Blaga Mirela-Gabriela

- În contextul rezolvării triunghiului, un unghi este considerat cunoscut atunci când se cunoaște oricare dintre funcțiile sale trigonometrice.
- Pași în rezolvarea unui triunghi oarecare când sunt cunoscute:
  - două laturi și unghiul cuprins între ele (LUL) → se aplică teorema cosinusului și apoi teorema sinusurilor,
  - toate cele trei laturi (LLL) → se aplică teorema cosinusului pentru determinarea unghiurilor,
  - două unghiuri și o latură (UUL) → se aplică teorema sinusurilor,
  - două laturi și un unghi opus uneia dintre ele (LLU) → se aplică teorema sinusurilor, apoi teorema cosinusului și se verifică dacă problema admite soluții.

---

**Exerciții**

1. Rezolvați triunghiul  $ABC$ , dacă  $a = 7, b = 10, C = 60^\circ$ .
2. Rezolvați triunghiul  $ABC$ , dacă  $a = 8, b = 6, c = 5$ .
3. Rezolvați triunghiul  $ABC$ , dacă  $b = 10, A = 30^\circ, B = 75^\circ$ .
4. Rezolvați triunghiul  $ABC$ , dacă  $AB = 9, AC = 6, C = 60^\circ$ .
5. Determinați lungimea laturii  $b$  a triunghiului  $ABC$ , știind că  $a = 12, c = 8, B = 90^\circ$ .

---

**Conexiune interdisciplinară**

În geografie și topografie, teoremele trigonometrice sunt utilizate pentru a calcula distanțe între puncte inaccesibile. De exemplu, dacă se cunosc distanțele de la un punct de observație la două vârfuri de munte și unghiul dintre direcțiile respective, se poate aplica teorema cosinusului pentru a determina distanța dintre vârfuri.