

Fișă de sinteză – Produsul scalar al vectorilor

Competențe urmărite

- Aplicarea relației produsului scalar în rezolvarea problemelor geometrice.
 - Identificarea vectorilor ortogonali sau coliniari pe baza relațiilor dintre coordonate.
-

Teorie

1. Noțiuni de bază

- Vectorul \vec{v} se poate reprezenta în plan prin coordonate $\vec{v}(x, y)$.
- Vectorul \vec{v} se poate exprima prin versorii \vec{i} și \vec{j} : $\vec{v} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$.
- Doi vectori sunt coliniari dacă au aceeași direcție.
- Doi vectori \vec{u} și \vec{v} sunt coliniari dacă există $k \in \mathbb{R}$ astfel încât $\vec{u} = k \cdot \vec{v}$:
dacă $k > 0$, vectorii au același sens,
dacă $k < 0$, vectorii au sens opus.
- Vectorii $\vec{u}(x_1, y_1)$ și $\vec{v}(x_2, y_2)$ sunt coliniari dacă
$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \quad (x_2, y_2 \neq 0).$$
- Doi vectori sunt ortogonali dacă sunt perpendiculari între ei.
- Modulul vectorului $\vec{v} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$ este: $|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

2. Produs scalar

- Produsul scalar a doi vectori $\vec{u}(x_1, y_1)$ și $\vec{v}(x_2, y_2)$ este:
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \alpha,$$
 unde α este unghiul dintre cei doi vectori,
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2.$$
 - Vectorii \vec{u} și \vec{v} sunt perpendiculari/ortogonali, dacă $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.
-

Exerciții

1. Calculați produsul scalar al vectorilor $\vec{u}(2, 3)$ și $\vec{v}(-1, 4)$.
2. Verificați dacă vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ și $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$ sunt ortogonali.
3. Calculați unghiul dintre $\vec{u}(1, 2)$ și $\vec{v}(3, 4)$. Folosiți relația: $\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$.
4. Determinați unghiul dintre vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ și $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$.

Blaga Mirela-Gabriela

5. Aflați numărul real m pentru care vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} + m\vec{j}$ și $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$ sunt coliniari.
6. Vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} + m\vec{j}$ și $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$ sunt perpendiculari pentru $m =$
- a) 1 b) -2 c) 2 d) -1
-

Conexiune interdisciplinară

Fizică. Determinarea lucrului mecanic:

O forță $\vec{F} = 10\vec{i}$ acționează asupra unui corp care se deplasează pe direcția $\vec{d} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$.

Calculați lucrul mecanic.

$$L = \vec{F} \cdot \vec{d} = 10 \cdot 6 + 0 \cdot 8 = 60 J$$