Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Rezolvarea unei ecuații cu numere complexe

Determinați perechile (x, y) din plan pentru care $\left|\sqrt{3x+y}+i\sqrt{x+3y}\,\right|=2$.

Rezolvare

Forma algebrică a unui număr complex este $z=a+ib$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și $i^2=-1$.

Modulul numărului complex z se definește ca $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$. Aceasta reprezintă distanța punctului z față de origine în planul complex.

$$\left|\sqrt{3x+y}+i\sqrt{x+3y}\,\right|=2$$

$$\sqrt{\left(\sqrt{3x+y}\right)^2+\left(\sqrt{x+3y}\right)^2}=2$$

$$\sqrt{3x+y+x+3y}=2$$

$$\sqrt{4x+4y}=2$$

$$4x+4y=4$$

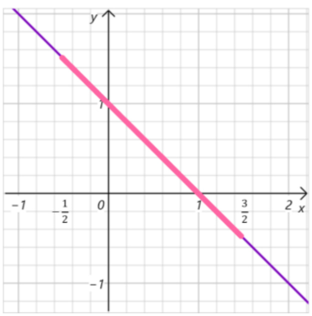
$x+y=1 \quad \rightarrow \quad y=1-x$ care reprezintă ecuația unei drepte.

Condițiile de existență a radicalilor restricționează unde pot fi soluțiile pe dreaptă.

Rezolvăm condițiile și obținem capetele segmentului de pe dreapta $y=1-x$.

$$\left.\begin{array}{l} \begin{cases} 3x+y\geq 0 \\ y=1-x \end{cases} \rightarrow \ 3x+1-x\geq 0 \ \rightarrow \ 2x+1\geq 0 \ \rightarrow \ x\geq -\dfrac{1}{2} \\ \begin{cases} x+3y\geq 0 \\ y=1-x \end{cases} \rightarrow \ x+3-3x\geq 0 \ \rightarrow \ 3-2x\geq 0 \ \rightarrow \ x\leq \dfrac{3}{2} \end{array}\right\} \rightarrow \ x\in\left[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$$

Mulțimea soluțiilor ecuației date este segmentul de pe dreapta $y=1-x$ cu $x\in\left[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$.



Credit grafic: OneNote for Windows 10