

Rezolvarea ecuațiilor trigonometrice

Ecuațiile trigonometrice sunt ecuații care implică funcții trigonometrice ale unei variabile unghi, cum ar fi sinus, cosinus, tangentă și cotangentă. Scopul rezolvării acestor ecuații este găsirea valorilor unghiului pentru care ecuația devine adevărată.

Rezolvarea ecuațiilor de tipul $\sin x = a$

Mulțimea soluțiilor ecuației $\sin x = a$, $a \in [-1, 1]$ este $S = \{(-1)^k \cdot \arcsin a + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

$$1) \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow x \in \left\{ (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$2) \sin x = \frac{3}{5}$$

$$\sin x = \frac{3}{5} \in [-1, 1] \rightarrow x \in \left\{ (-1)^k \cdot \arcsin \frac{3}{5} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$3) \sin 2x = \sin x$$

$$2x = (-1)^k \cdot x + k\pi, k \in \mathbb{Z} \rightarrow x \in \left\{ \frac{k\pi}{2 - (-1)^k} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Ecuația poate fi rezolvată prin două cazuri:

$$\text{Cazul I. } 2x = x + 2k\pi \rightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Cazul II. } 2x = -x + (2k + 1)\pi \rightarrow 3x = (2k + 1)\pi \rightarrow x = \frac{(2k + 1)\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Soluțiile ecuației $\sin 2x = \sin x$ sunt $x = 2k\pi$ și $x = \frac{(2k + 1)\pi}{3}$, unde $k \in \mathbb{Z}$.

Probleme propuse

$$4) \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$5) \sin x = -1$$

$$6) \sin 3x = \sin x$$