

Rezolvarea ecuațiilor logaritmice

O ecuație logaritmică este o ecuație în care necunoscuta apare în baza sau în argumentul logaritmului. Rezolvarea acestei ecuații implică determinarea tuturor soluțiilor posibile. Forma generală a unei ecuații logaritmice este $\log_a x = b$, unde $a > 0, a \neq 1, x > 0$ și $b \in \mathbb{R}$. În această formă, a se numește bază, iar x argument.

Rezolvarea ecuațiilor logaritmice de tipul $\log_a x = b$

Ecuațiile logaritmice de tipul $\log_a x = b, a > 0, a \neq 1, x > 0$ și $b \in \mathbb{R}$, admit soluția $x = a^b$.

Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

a) $\log_2 x = 3$

$x = 2^3, x > 0$

Soluția ecuației $\log_2 x = 3$ este $x = 8$.

b) $\log_5 x = -1$

$x = 5^{-1}, x > 0$

Soluția ecuației $\log_5 x = -1$ este $x = \frac{1}{5}$.

c) $\lg x = 1$

$x = 10^1, x > 0$

Soluția ecuației $\lg x = 1$ este $x = 10$.

d) $\log_3(x - 1) = 2$

$x - 1 = 3^2, x - 1 > 0 \rightarrow x = 9 + 1 = 10 > 1$

Soluția ecuației $\log_3(x - 1) = 2$ este $x = 10$.

e) $\log_x 4 = 2$

$4 = x^2$, unde $x > 0$ și $x \neq 1$.

Ecuația $x^2 = 4$ admite soluțiile $x = 2$ și $x = -2$. Având în vedere condițiile, singura soluție a ecuației $\log_x 4 = 2$ este $x = 2$.

f) $\log_x(x + 2) = 2$

Ecuația are sens pentru $x > 0, x \neq 1$ și $x + 2 > 0$.

$x + 2 = x^2 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$, iar soluțiile sunt $x = 2$ și $x = -1$.

Având în vedere condițiile, singura soluție a ecuației logaritmice date este $x = 2$.

Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Probleme propuse

g) $\log_2 x = -3$

h) $\log_{x-2} 9 = 2$

i) $\lg(x + 5) = 2$