Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Rezolvarea ecuaţiilor exponenţiale

O ecuație exponențială este o ecuație în care necunoscuta apare în exponent. Forma generală a unei ecuații exponențiale este $a^x = b$, unde $a > 0, a \neq 1$ și $b > 0$. În această formă, a se numește bază, iar b argument.

Rezolvarea ecuațiilor de tipul $a^x = b$

Ecuația exponențială $a^x = b$, unde $a > 0, a \neq 1$ și $b > 0$, are soluția $x = \log_a b$. Aceasta se bazează pe proprietatea de unicitate a funcției exponențiale, care afirmă că funcția exponențială este bijectivă pe domeniul său de definiție. Inversa funcției exponențiale este funcția logaritmică. Logaritmii au proprietăți importante care sunt utile în rezolvarea ecuațiilor exponențiale:

$\log_a 1 = 0$

$\log_a a = 1$

$\log_a a^n = n$

$\log_a b^n = n \log_a b$

Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

$a)\ 2^x = 8$

$x = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$

Soluția ecuației $2^x = 8$ este $x = 3 \in \mathbb{R}$.

$b)\ 2^x = 3$

Soluția ecuației $2^x = 3$ este $x = \log_2 3 \in \mathbb{R}$.

$c)\ 5^{x+1} = 2$

$x + 1 = \log_5 2$

$x = \log_5 2 - 1$

Soluția ecuației $5^{x+1} = 2$ este $x = \log_5 2 - 1 \in \mathbb{R}$.

Probleme propuse

$d)\ 7^x = 3$

$e)\ 5^x = 49$

$f)\ 3^{x-2} = 2$