Profesor Blaga Mirela-Gabriela

SUBIECTUL I

1.Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-1$. Calculați $f(\sqrt[3]{2})-f(\sqrt[3]{3})$.

2.Determinați valoarea extremă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=-x^2+4x-3$.

3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}=16$.

4.Care este probabilitatea ca alegând un element din mulțimea $A=\{1,3,5,\dots,2025\}$ acesta să fie pătrat perfect?

5.Scrieți ecuația dreptei care trece prin punctul $A(2,3)$ și este paralelă cu dreapta de ecuație $y=-2x+3$.

6.Calculați $sin^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)cos\frac{\pi}{6}+cos^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)sin\frac{\pi}{3}, x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

Rezolvare

1. $f(\sqrt[3]{2})=2-1=1$
   $f(\sqrt[3]{3})=3-1=2$
   $f(\sqrt[3]{2})-f(\sqrt[3]{3})=1-2=-1$
2. $a=-1<0\ \rightarrow$ funcția de gradul al doilea f are valoarea maximă $\rightarrow$
   $f_{max}=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{b^2-4ac}{4a}=-\frac{4^2-4(-1)(-3)}{4(-1)}=\frac{4}{4}=1$
3. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}=16\ \rightarrow\ (2^{-1})^{2x}=2^4\ \rightarrow\ 2^{-2x}=2^4\ \rightarrow\ -2x=4\ \rightarrow x=-2\in\mathbb{R}$
4. Numărul cazurilor posibile este $\frac{2025-1+2}{2}=1013$.
   Pătratele perfecte din mulțimea A sunt $1^2,3^2,5^2,\dots,45^2$.
   Numărul cazurilor favorabile este $\frac{45-1+2}{2}=23$.
   $P=\frac{\text{număr cazuri favorabile}}{\text{număr cazuri posibile}}=\frac{23}{1013}$
5. Ecuația dreptei care trece prin punctul $A(2,3)$ este $d: y-y_A=m(x-x_A)$.
   Dreapta d este paralelă cu dreapta de ecuație $y=-2x+3$ care are panta -2 , atunci și dreapta d are panta $m=-2$.
   $d: y-3=-2(x-2)\ \rightarrow\ d: y=-2x+7$
6. $sin^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)cos\frac{\pi}{6}+cos^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)sin\frac{\pi}{3}=cos^2x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+sin^2x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}, x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$