Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Binomul lui Newton – idei de rezolvare

1. Dezvoltați binomul $(1-x^2)^6$ folosind formula lui Newton.

$(1-x^2)^6 = C_6^0 \cdot 1 - C_6^1 \cdot x^2 + C_6^2 \cdot x^4 - C_6^3 \cdot x^6 + C_6^4 \cdot x^8 - C_6^5 \cdot x^{10} + C_6^6 \cdot x^{12}$

2. Aflați coeficientul binomial al lui T_3 din dezvoltarea $(2+13x)^{10}$.

C_{10}^2

3. Aflați coeficientul celui de-al cincilea termen din dezvoltarea $\left(\frac{1}{2x}-2\right)^7, x \in \mathbb{R}^*$.

$\exists\ T_5 = C_7^4 \cdot \left(\frac{1}{2x}\right)^3 \cdot (-2)^4 = \ \ldots$

4. Determinați termenul din mijlocul dezvoltării binomiale $\left(x^2+\frac{2}{x^3}\right)^8, x \in \mathbb{R}^*$.

$T_5 = C_8^4 \cdot (x^2)^4 \cdot \left(\frac{2}{x^3}\right)^4 = \ \ldots$

5. Aflați termenul din dezvoltarea $\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt{y}\right)^{49}$ în care x și y au aceeași putere, $x \in \mathbb{R}, y \in [0,\infty)$.

$T_{k+1} = C_{49}^k \cdot \left(\sqrt[3]{x^2}\right)^{49-k} \cdot \left(\sqrt{y}\right)^k \ \rightarrow\ \frac{2}{3}(49-k) = \frac{1}{2}k \ \rightarrow\ \ldots$

6. Calculați $C_{2020}^0 \cdot 4^{2020} - C_{2020}^1 \cdot 4^{2019} \cdot 3 + C_{2020}^2 \cdot 4^{2018} \cdot 3^2 - \ \ldots + C_{2020}^{2020} \cdot 3^{2020}$.

1

7. Determinați rangul termenului care-l conține pe a^4 în dezvoltarea binomială $\left(a^2-\frac{2}{\sqrt[3]{a}}\right)^9, a \in \mathbb{R}^*$.

$T_{k+1} = C_9^k \cdot (a^2)^{9-k} \cdot \left(-\frac{2}{\sqrt[3]{a}}\right)^k \ \rightarrow\ 2(9-k) - \frac{1}{3}k = 4 \ \rightarrow\ \ldots$

8. Determinați numărul termenilor raționali ai dezvoltării $\left(\sqrt[4]{3}+2\right)^{10}$.

$T_{k+1} = C_{10}^k \cdot \left(\sqrt[4]{3}\right)^{10-k} \cdot 2^k \ \rightarrow\ 10-k \in \{0,4,8\} \ \rightarrow\ \ldots$

9. Determinați numărul real x, știind că al șaselea termen al dezvoltării binomiale $\left(\sqrt{2^{lg(10-3^x)}}+\sqrt[5]{2^{(x-2)lg3}}\right)^n$ este 21, iar coeficienții binomiali ai termenilor doi, trei și patru sunt în progresie aritmetică.

$2 \cdot C_n^2 = C_n^1 + C_n^3 \ \rightarrow\ n = 7$

$C_7^5 \cdot \left(\sqrt{2^{lg(10-3^x)}}\right)^2 \cdot \left(\sqrt[5]{2^{(x-2)lg3}}\right)^5 = 21$