Simboluri matematice – 6 –

lege de compoziție, grup, monoid, izomorfism

$M, G, A, K, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}_n, S_n, \mathcal{M}_n(K)$	mulţimi nevide
$\varphi: M\times M \to M \quad (x,y) \to \varphi(x,y)$	lege de compoziţie sau operaţie internă pe M
$(x,y) \to \varphi(x,y)$	citim perechii (x,y) îi corespunde elementul $\varphi(x,y)$
$+: M\times M \to M \quad (x,y) \to x+y$	citim x plus y
$\cdot: M\times M \to M \quad (x,y) \to x\cdot y$	citim x ori y sau x înmulţit cu y
$\perp, \top, \oplus, \otimes, \cup, \cap, +, -, \cdot, *, \circ$	notaţii pentru lege de compoziţie
$H \subset G, A' \subset A$	submulţimi: H submulţime a lui G, A' inclus în A
$\circ: G\times G \to G \quad (x,y) \to x\circ y$	citim x compus cu y
$(G,\circ)$	structură algebrică
$\forall x,y \in G \implies x\circ y \in G$	PS parte stabilă
$(x\circ y)\circ z = x\circ(y\circ z)\ \forall x,y,z \in G$	A asociativitate
$\exists e \in G\ \ \forall x \in G$ a.î. $x\circ e = e\circ x = x$	EN element neutru e
$\forall x \in G\ \exists x' \in G$ a.î. $x\circ x' = x'\circ x = e$	ES elemente simetrizabile x'
$x\circ y = y\circ x\ \ \forall x,y \in G$	C comutativitate
$(G,\circ)\ PS, A, EN, ES$	grup
$(G,\circ)\ PS, A, EN, ES, C$	grup comutativ sau grup abelian
$(M,\circ)\ PS, A, EN$	monoid
$(H,\circ)\ PS, A, EN, ES$ unde $H \subset G$	subgrup
$(H,\circ), H \subset G, (G,\circ)$ grup $\forall x,y \in H \Longrightarrow x\circ y^{-1} \in H$	H subgrup al lui G
$U(M) = \{x \mid x \in M, x$ simetrizabil$\}$	mulţimea elementelor simetrizabile din M
$(G_1,*), (G_2,\circ)$ două grupuri $f: G_1 \to G_2, f(x*y) = f(x)\circ f(y), \forall x,y \in G_1$	f se numeşte morfism de grupuri
$f: G_1 \to G_2, \begin{cases} f \text{ morfism de grupuri} \\ f \text{ funcție bijectivă} \end{cases}$	f se numeşte izomorfism de grupuri
$(G_1,*) \simeq (G_2,\circ)$	grupuri izomorfe
$f: G \to G, f$ morfism	f se numeşte endomorfism al grupului G
$f: G \to G, f$ izomorfism	f se numeşte automorfism al grupului G
$f: G_1 \to G_2, \begin{cases} f(e_1) = e_2 \\ f(x') = \left(f(x)\right)', x \in G_1 \\ f(x^n) = \left(f(x)\right)^n, x \in G_1, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$	f morfism de grupuri
$(K,+), K = \{x_1, x_2, x_2\}$ $\begin{array}{c\|ccc} + & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline x_1 & . & . & . \\ x_2 & . & . & x_2+x_3 \\ x_3 & . & . & . \end{array}$	Tabla lui Cayley este un tabel cu linii şi coloane corespunzătoare elementelor mulţimii K şi a operaţiei date.

<table>
<tr><td>$(G,\circ)$ grup, $|G| = n$, $n \in \mathbb{N}^*$</td><td>grup finit cu n elemente</td></tr>
<tr><td>$(K,\cdot), K = \{e,a,b,c\}\, , x^2 = e, \forall x \in K$
$$\begin{array}{c|cccc} \cdot & e & a & b & c \\ \hline e & e & a & b & c \\ a & a & e & c & b \\ b & b & c & e & a \\ c & c & b & a & e \end{array}$$</td><td>Grupul lui Klein este exemplu de grup finit deoarece mulţimea K are patru elemente şi sunt verificate axiomele de PS, A, EN, ES, C.</td></tr>
<tr><td>$(\mathbb{Z}_n, +)$</td><td>grupul aditiv al claselor de resturi modulo n</td></tr>
<tr><td>$(\mathbb{Z}_n,\cdot)$</td><td>monoidul multiplicativ comutativ al claselor de resturi modulo n</td></tr>
<tr><td>$U(\mathbb{Z}_n) = \{\hat{k} \in \mathbb{Z}_n \mid (k,n) = 1\}$</td><td>mulţimea elementelor inversabile din $\mathbb{Z}_n$</td></tr>
<tr><td>$(S_n,\circ)$ $PS, A, EN, ES, n \in \mathbb{N}, n \geq 2, |S_n| = n!$
$\circ$ operaţia de compunere a permutărilor</td><td>grupul permutărilor de ordin n
grupul simetric de grad n</td></tr>
<tr><td>$(G,+)\begin{cases} PS \\ A \\ EN\ e = 0 \\ ES = EOpuse = -x \end{cases}$</td><td>grup aditiv ($+$ operaţia de adunare)</td></tr>
<tr><td>$(G,\cdot)\begin{cases} PS \\ A \\ EN\ e = 1 \\ ES = EInversabile = x^{-1} \end{cases}$</td><td>grup multiplicativ ($\cdot$ operaţia de înmulţire)</td></tr>
<tr><td>$\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$</td><td>mulţimea matricelor pătratice de ordinul n
cu elemente din $\mathbb{R}$</td></tr>
<tr><td>$(\mathcal{M}_n(\mathbb{R}),+)\begin{cases} PS \\ A \\ EN\ e = O_n \\ ES = EOpuse = -A \\ C \end{cases}$</td><td>grupul comutativ
al matricelor pătratice de ordinul n</td></tr>
<tr><td>$(\mathcal{M}_n(\mathbb{R}),\cdot)\begin{cases} PS \\ A \\ EN\ e = I_n \end{cases}$</td><td>monoidul necomutativ
al matricelor pătratice de ordinul n</td></tr>
<tr><td>$(GL_n(\mathbb{R}),\cdot)\begin{cases} PS \\ A \\ EN\ e = I_n \\ ES = EInversabile = A^{-1} \end{cases}$</td><td>grupul liniar general de grad n peste $\mathbb{R}$
$GL_n(\mathbb{R}) = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid detA \neq 0\}$</td></tr>
</table>