	Matrice inversabile − 1 −
	$A^{-1} = \frac{1}{detA} A^{*} \quad , A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C}), n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ $Etapa\ I \quad detA \neq 0 \quad \rightarrow \quad \exists A^{-1}$ $Etapa\ II$ scriem A^t transpusa matricei A $Etapa\ III$ determinăm A^{*} matricea adjunctă / matricea complemenților algebrici $Etapa\ IV$ aflăm A^{-1} $Etapa\ V$ verificăm dacă $A \cdot A^{-1} = I_n = A^{-1} \cdot A$
$ex. 1$	Determinați inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. $Etapa\ I \quad detA = 4 - 6 = -2 \neq 0 \quad \rightarrow \quad \exists A^{-1}$ $Etapa\ II$ scriem $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ $Etapa\ III$ determinăm $A^{*} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ $A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot 4 = 4 \qquad A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot 2 = -2$ $A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot 3 = -3 \qquad A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot 1 = 1$ $Etapa\ IV$ aflăm $A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ $Etapa\ V$ verificăm $A^{-1} \cdot A = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$
	Observație: $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) , detA = ad - bc \neq 0 \ \rightarrow \ A^{-1} = \frac{1}{detA} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$
$ex. 2$	Determinați inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. $Etapa\ I \quad detA = 1 \cdot 4 \cdot 6 = 24 \neq 0 \quad \rightarrow \quad \exists A^{-1}$ $Etapa\ II$ scriem $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ $Etapa\ III$ determinăm $A^{*} = \begin{pmatrix} +\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & -12 & -2 \\ 0 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ $Etapa\ IV$ aflăm $A^{-1} = \frac{1}{24} \begin{pmatrix} 24 & -12 & -2 \\ 0 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ $Etapa\ V$ verificăm $A^{-1} \cdot A = \frac{1}{24} \begin{pmatrix} 24 & -12 & -2 \\ 0 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} = I_3$

$ex.3$	Determinați inversa matricei $A = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Dacă $detA \neq 0$, avem $A \cdot A^{-1} = I_2 = A^{-1} \cdot A$ și considerăm că $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. $detA = -5 \neq 0 \rightarrow \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} -3a - c = 1 \\ -3b - d = 0 \\ 7a + 4c = 0 \\ 7b + 4d = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -\frac{4}{5} \\ b = -\frac{1}{5} \\ c = \frac{7}{5} \\ d = \frac{3}{5} \end{cases}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{7}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$
$ex.4$	Determinați inversa matricei $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dacă $A^2 + 5A + 6I_2 = O_2$. Conform teoremei $Hamilton - Cayley$: $A^2 - TrA \cdot A + detA \cdot I_2 = O_2$, avem $detA = 6 \neq 0 \quad \rightarrow \quad \exists A^{-1}$ $A^2 + 5A + 6I_2 = O_2 \quad \rightarrow \quad A(A + 5I_2) = -6I_2$ $A\frac{1}{-6}(A + 5I_2) = I_2 \quad \rightarrow \quad A^{-1} = -\frac{1}{6}(A + 5I_2)$
1.	Determinați inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
2.	Aflați inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.
3.	Determinați inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 \\ 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$, unde $\varepsilon^2 + \varepsilon + 1 = 0$.
4.	Rezolvați ecuația matriceală $AXB = I_2$, unde $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}, A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
5.	Determinați adjuncta matricei $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ dacă $A^2 - A - 2I_2 = O_2$.
6.	Determinați numărul matricelor $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ cu $detA = a$ și $A = A^*$, unde $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, $a \in \mathbb{R}\setminus\{-1,0,1\}$.
7.	Fie matricea $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ care verifică relația $A^2 + \varepsilon A + \varepsilon^2 I_2 = O_2$, unde $\varepsilon \in \mathbb{C}\setminus \mathbb{R}, \varepsilon^3 = 1$. Arătați că matricea A este inversabilă și că singura matrice $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ care verifică relația dată este $A = I_2$.