

Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Mulțimi finite ordonate. Probleme de numărare

$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n, n \in \mathbb{N}^*$$

$$0! = 1$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}, \quad n \geq k \geq 0$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad n \geq k \geq 0$$

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n$$

$$(a-b)^n = C_n^0 a^n - C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 - \dots + (-1)^n C_n^n b^n$$

$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$$

1. Calculați  $C_3^2 + P_4 - A_4^1$ .
2. Calculați  $C_4^3 - 2A_3^1 + P_2$ .
3. Calculați  $0! + 4! - 5! + 3! - 1!$ .
4. Calculați  $A_5^3 - C_7^6$ .
5. Calculați  $C_8^6 - C_7^6 - C_7^5$ .
6. Calculați  $\frac{P_3 + A_3^0}{C_7^1}$ .
7. Calculați  $C_{2017}^{17} - C_{2017}^{2000}$ .
8. Calculați  $C_{n+1}^n - C_{n+1}^1$ .
9. Aflați  $n \in \mathbb{N}$ , dacă  $C_8^{n^2} = 70$ .
10. Calculați  $\frac{C_n^2 + C_{n-1}^2}{C_{n+1}^2}$ .
11. Rezolvați ecuația  $C_n^2 = 28, n \in \mathbb{N}$ .
12. Rezolvați ecuația  $A_x^3 + 3A_x^2 = 12(x+1)$ .
13. Determinați numărul natural  $n$ , știind că  $A_n^1 + C_n^1 = 10$ .
14. Determinați numărul natural  $n$ , știind că  $\frac{(n-5)!}{(n-7)!} = 6$ .
15. Determinați numerele naturale  $n$  pentru care  $C_{15}^{n-2} > C_{15}^n$ .
16. Dezvoltați binomul  $(x+3)^5$ .
17. Dezvoltați binomul  $(2x-a)^4$ .
18. Determinați termenul al șaptelea din dezvoltarea  $(a^3 + \frac{1}{a})^9, a \in \mathbb{R}^*$ .
19. Determinați termenul din mijloc în dezvoltarea  $(\sqrt[3]{x} - x)^{10}, x \in \mathbb{R}$ .

Profesor Blaga Mirela-Gabriela

20. În dezvoltarea  $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$  raportul dintre coeficienții termenilor  $T_6$  și  $T_4$  este  $\frac{3}{5}$ .  
Determinați termenul care nu-l conține pe  $x$ .
21. În dezvoltarea  $\left(\frac{\sqrt{2x}}{2} + \frac{4}{\sqrt{2x}}\right)^8$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , diferența dintre termenul al șaselea și termenul al patrulea este 1344. Determinați  $x$ .
22. Câte submulțimi se pot forma cu elementele mulțimii  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ?
23. Determinați numărul natural nenul  $n$  astfel încât numărul submulțimilor cu 2 elemente ale unei mulțimi cu  $n$  elemente să fie egal cu 6.
24. Calculați numărul submulțimilor cu 3 elemente ale unei mulțimi care are 7 elemente.
25. Câte numere de patru cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ?
26. Determinați câte numere de patru cifre distincte se pot forma cu cifrele pare.
27. Determinați câte numere de cinci cifre distincte există.
28. Într-o clasă sunt 28 de elevi, dintre care 13 sunt băieți. Determinați în câte moduri se poate alege un comitet al clasei format din 3 fete și 2 băieți.
29. Aflați termenul care conține  $x^5$  din dezvoltarea  $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{20}$ .
30. Știind că suma primilor trei coeficienți binomiali este 154, determinați termenul din dezvoltarea  $\left(\sqrt[3]{a} + \frac{1}{\sqrt[4]{a}}\right)^n$  care-l conține pe  $a$ .