

Ecuatii exponențiale -2-

	Rezolvați ecuațiile:
1.	$3^x + 4^x = 5^x$ $3^x + 4^x = 5^x \quad : 5^x > 0 \rightarrow$ $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$ <p>Atașăm funcția bijectivă $f: \mathbb{R} \rightarrow (-1, \infty)$, $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x - 1$, așadar ecuația $f(x) = 0$ are o singură soluție și anume $x = 2$.</p>
2.	$3^{\sqrt{x-1}} = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ <p>Atașăm funcțiile $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3^{\sqrt{x-1}}$ și $g: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$.</p> <p>Funcția exponențială f este strict crescătoare și $3^{\sqrt{x-1}} \geq 1$, iar funcția radical g este strict descrescătoare și $\frac{1}{\sqrt{x-1}} > 0$, atunci ecuația $f(x) = g(x)$ are o singură soluție.</p>
3.	$13^x + 12^x - 5^x = 2^{x+1} \cdot \sqrt{39^x}$ $13^x - 2^{x+1} \cdot \sqrt{39^x} + 12^x = 5^x \rightarrow$ $\sqrt{13^{2x}} - 2 \cdot \sqrt{13^x \cdot 12^x} + \sqrt{12^{2x}} = 5^x \rightarrow$ $(\sqrt{13^x} - \sqrt{12^x})^2 = 5^x \rightarrow$ $\sqrt{13^x} - \sqrt{12^x} = \sqrt{5^x} \rightarrow$ $\sqrt{13^x} = \sqrt{12^x} + \sqrt{5^x} \quad : \sqrt{13^x} \rightarrow$ $\sqrt{\frac{12^x}{13^x}} + \sqrt{\frac{5^x}{13^x}} = 1 \rightarrow$ $\sqrt{\left(\frac{12}{13}\right)^x} + \sqrt{\left(\frac{5}{13}\right)^x} - 1 = 0$ <p>Atașăm funcția bijectivă $f: \mathbb{R} \rightarrow (-1, \infty)$, $f(x) = \sqrt{\left(\frac{12}{13}\right)^x} + \sqrt{\left(\frac{5}{13}\right)^x} - 1$, care admite soluția $x = 4$.</p>
4.	$\left(\sqrt[n]{7}\right)^x + \left(\sqrt[n]{17}\right)^x + \left(\sqrt[n]{27}\right)^x = \left(\sqrt[n]{37}\right)^x, \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ $\left(\sqrt[n]{7}\right)^x + \left(\sqrt[n]{17}\right)^x + \left(\sqrt[n]{27}\right)^x = \left(\sqrt[n]{37}\right)^x \quad : \left(\sqrt[n]{37}\right)^x$ <p>Atașăm funcția bijectivă $f: \mathbb{R} \rightarrow (-1, \infty)$, $f(x) = \left(\sqrt[n]{\frac{7}{37}}\right)^x + \left(\sqrt[n]{\frac{17}{37}}\right)^x + \left(\sqrt[n]{\frac{27}{37}}\right)^x - 1$, așadar ecuația $f(x) = 0$ are o singură soluție.</p>

5.	$2^x + 3^x = 5^x$
6.	$2^{\sqrt{x-4}} = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$
7.	$1 + a^x + a^{x^2} = a^{x+1}, \quad a > 1$
8.	$4^x + 9^x + 25^x = 6^x + 10^x + 15^x$
9.	$x^x = x^5$
10.	$x^{2x} - (x + x^2)x^x + x^3 = 0$