

Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Compunerea funcțiilor

1) Fie funcțiile $f, g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = -x^2 + x - 1$, $h(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

Determinați $f \circ f$, $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ h$, $f \circ g \circ h$, $h \circ g$, $f \circ f \circ f$.

2) Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 5$, $g(x) = \begin{cases} x + 1, & x \leq 1 \\ 3 - x, & x > 1 \end{cases}$.

Determinați $f \circ g$, $g \circ f$, $g \circ g$.

3) Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 0 \\ x + 2, & x > 0 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x + 1, & x > 1 \\ 3 - x, & x \leq 1 \end{cases}$.

Determinați $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$.

4) Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$. Rezolvați ecuația $f(f(x)) = f^2(x)$.

5) Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x^2 - 4x + 3$. Rezolvați ecuația $(g \circ f)(x) = 0$.

6) Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$. Calculați $f(2 \cdot f(-1))$.

7) Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 4$, $g(x) = x - 1$.

Demonstrați că $(f \circ g)(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

8) Determinați funcția f de gradul întâi pentru care $f(f(x)) = 3f(x) - 5, \forall x \in \mathbb{R}$.

9) Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$. Calculați $f(f(1)) + f(f(2)) + \dots + f(f(100))$.

10) Determinați funcțiile f de gradul întâi pentru care $f(f(f(f(x)))) = 16x + 15, \forall x \in \mathbb{R}$.

11) Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = 3 - 2x$. Demonstrați că funcția $f \circ g$ este descrescătoare.

12) Fie funcțiile $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(n) = 2n$, $g(n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, & \text{dacă } n \text{ este par} \\ 0, & \text{dacă } n \text{ este impar} \end{cases}$.

Determinați $f \circ g$, $g \circ f$.

13) Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1$, $g(x) = \max(2x - 1, x + 1)$.

Determinați $f \circ g$, $g \circ f$.

14) Determinați funcția f de gradul întâi, astfel încât $f \circ f = 1_{\mathbb{R}}$.

15) Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{R}$. Determinați $\underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}_{\text{de } n \text{ ori}}, n \in \mathbb{N}^*$.