Profesor Blaga Mirela-Gabriela

Proprietăţile determinanţilor

1. Dacă într-un determinant toate elementele unei linii sau coloane sunt nule, atunci determinantul este nul.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$
2. Dacă un determinant are două linii sau coloane identice, atunci determinantul este nul.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$$
3. Dacă elementele a două linii sau coloane ale unui determinant sunt proporţionale atunci, determinantul este nul.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 6 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 0$$
4. Dacă o linie sau coloană a unui determinant este o combinaţie liniară de celelalte linii sau coloane, atunci determinantul este nul.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 7 & 6 \end{vmatrix} = 0$$
5. Dacă toate elementele unei linii sau coloane ale unui determinant sunt înmulţite cu un număr k, atunci valoarea determinantului iniţial o înmulţim cu k.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ k & 2k & -k \end{vmatrix} = k \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$
6. Dacă într-un determinant se permută între ele două linii sau două coloane, atunci determinantul obţinut este opusul determinantului iniţial.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$
7. Dacă într-un determinant se adună la elementele unei linii sau coloane, elementele altei linii respectiv coloane înmulţite cu un acelaşi număr, atunci valoarea determinantului nu se schimbă.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \underbrace{=}_{\substack{C_2-2C_1 \\ C_3-3C_1}} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & -6 \\ 1 & 0 & -4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & -6 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = 12$$
8. Dacă o linie sau coloană a unui determinant este o combinaţie liniară de forma $a_{ij} + b_{ij}$, atunci $detA = detA_{ij} + detB_{ij}$.
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$
9. Determinantul unei matrice pătratice este egal cu determinantul matricei transpuse. $detA = det(A^t), \quad \forall A \in M_n(\mathbb{C})$
10. Dacă $A, B \in M_n(\mathbb{C})$, atunci $det(AB) = detA \cdot detB$.